

Pakāpeniska izpratnes veidošana par kvadrātnevienādību risināšanu

Ineta Ivanova

*Dabaszinātņu maģistra grāds matemātikā
matemātikas skolotāja*

J. Eglīša Preiļu Valsts ģimnāzija

Kā radīt pārlicību skolēnam, ka viņš varēs atrisināt jebkuru kvadrātnevienādību? Kā atcerēties aprēķināšanas metodi? Kādas zināšanas, kādā secībā ir jāapgūst, lai to sasniegtu?

Aktivitāte:

1) Padomā, kā risini kvadrātnevienādību? Kā pieraksti atrisinājumu? Vai pēc noteikta algoritma var atrisināt jebkuru kvadrātnevienādību? Atrisini nevienādības (4 min.):

$$1) x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

$$2) -x^2 < 5x$$

$$3) x^2 - x + 6 \leq 0$$

$$4) x^2 > 0$$

2) Pārī aprunājas un vienojas par vienu algoritmu – kā atrisināt jebkuru kvadrātnevienādību. Uzdod viens otram jautājumu un atbild (5 min.).

3) Grupā 4 vienojas par risināšanas algoritmu, uzraksta uz lapas (5 min.) , nolasa.

Kā mācīt skolēnam kvadrātnevienādības risināšanu? Uzdodu sev jautājumu: “Kā es varu atrisināt jebkuru kvadrātnevienādību?”

Vispirms cenšos saprast, kas ir tas, ko nezinot, es nevarētu atrisināt – tā saprotu minimumu, kuru skolēniem ir jāapgūst, lai sekmīgi iegūtu rezultātu. Ir jāapgūst vairāki Sasniedzamie Rezultāti.

SR: zina, kas ir vienādojuma sakne

1.uzd. Turpini

Vienādojuma $2x = 4$ atrisinājums ir _____, jo

SR: zina, kas ir ekvivalenti vienādojumi, kāda ir to loma vienādojumu risināšanā; prot veikt ekvivalentus pārveidojumus (uzraksta savādāk -abas vienādojuma puses reizina ar skaitli, abām vienādojuma pusēm pieskaita skaitli – “pārnes no vienas vienādojuma puses uz otru”)

2.uzd. Doti 4 vienādojumi (katrs nākamais ir iegūts no iepriekšējā, veicot ekvivalentus pārveidojumus). Uzraksti katra vienādojuma atrisinājumu (vienādojuma saknes).

1) $7x - 2 = 5x + 3$

2) $7x - 5x = 2 + 3$

3) $2x = 5$

4) $x = 2,5$

3.uzd. Atrisini vienādojumu _____ un pamato, ka esi aprēķinājis pareizi.

1) $8x + 3 = x + 10$

Dod risināt vairākus vienādojumus – risina katrs savā tempā... noteikti jāpārbauda vai ir pareizi atrisināts. Var www.uzdevumi.lv

SR: prot atrisināt pilno kvadrātnevienādību (līdz automātiskumam) ar diskriminantu, ar Vjeta teorēmu. Arī veicot ekvivalentus pārveidojumus. Saprotot, kas ir atrisinājums.

Var rīkot sacensības, komandu sacensības. Lai trenējas veikli, pareizi risināt.

SR: prot atrisināt nepilno kvadrātnevienādību $ax^2 + c = 0$ ($b = 0$) (līdz automātiskumam)

Nosacījums - nerisināt ar diskriminantu

SR: prot atrisināt vienādojumu $\Delta \cdot \blacksquare = 0$

4.uzd. Atrisini vienādojumu $(x - 4)(x - 3) = 0$

1) $x(x - 3) = 0$

2) $(2x - 6)(3x - 1) = 0$

3) $(x^2 - 4)(x + 5) = 0$

4) $(x^2 - 4x - 5)(x + 2) = 0$

5) $(x - 1)(x + 5)(x - 7) = 0$

Risina patstāvīgi, tad pārī salīdzina un uzdod viens otram jautājumu un atbild. Svarīgi, lai jautā un atbild. Saprot, ka drīkst kļūdīties. Cenšas saprast kā otrs domā.

SR: prot atrisināt nepilno kvadrātvienādojumu $ax^2 + bx = 0$ ($c = 0$) (līdz automātiskumam)

Nosacījums - nerisināt ar diskriminantu

SR: prot konstruēt lineāras funkcijas grafiku

SR: prot no grafika nolasīt tās x vērtības pie kurām y vērtības ir pozitīvas, negatīvas, $y > 0$; $y \geq 0$; $y < 0$; $y \leq 0$, ja $x \in \dots$

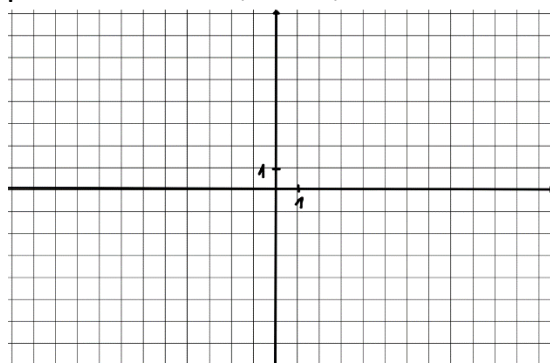
SR: saprot, ko nozīmē atrisināt nevienādību, var pastāstīt to otram

1.uzd. 1) Aizpildi tabulu

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$2x - 2$									

Iekrāso tās kolonnas, kurās $2x - 2$ ir 0 vai lielāks par nulli skaitlis, tas ir, kur $2x - 2 \geq 0$

2) Atliec dotos skaitļu pārus koordinātu plaknē



3) izcel iekrāsoto kolonnu punktus. Kāpēc liku iekrāsot šos punktus? Ar ko tie ir īpaši?

4) kādus skaitļus var likt x vietā, lai $2x - 2 \geq 0$? Kā matemātikā var uzrakstīt visus skaitļus (kurus liek x vietā), kuriem $2x - 2 \geq 0$?

5) Kādus skaitļus redzi? $\longrightarrow x \in [1; +\infty)$

6) Uzraksti nevienādības $2x - 2 \geq 0$ atrisinājumu.

- 2.uzd.** 1) Konstruē funkcijas $y = -x + 4$ grafiku
 2) Uzraksti nevienādības $-x + 4 \geq 0$ atrisinājumu
 3) Uzraksti nevienādības $-x + 4 > 0$ atrisinājumu
 4) Uzraksti nevienādības $-x + 4 \leq 0$ atrisinājumu
 5) Uzraksti nevienādības $-x + 4 < 0$ atrisinājumu

3.uzd. 1) Konstruē funkcijas $y = \frac{1}{3}x - 2$ grafiku

- 2) Uzraksti vienādojuma $\frac{1}{3}x - 2 = 0$ atrisinājumu
 3) Uzraksti nevienādības $\frac{1}{3}x - 2 \geq 0$ atrisinājumu

SR: prot uzzīmēt lineāras funkcijas $y = kx + b$ grafika skici, ievērojot koeficientu k (augoša, dilstoša funkcija) un atliekot precīzi krustpunktu ar x asi.

4.uzd. 1) uzzīmē funkcijas $y = -2x + 4$ grafika skici, ievērojot koeficientu k (augoša, dilstoša funkcija) un atliekot precīzi krustpunktu ar x asi.

- 2) Uzraksti nevienādības $-2x + 4 \geq 0$ atrisinājumu

SR: prot atrisināt lineāru nevienādību, izmantojot grafisko metodi, kad nevienādības labajā pusē ir 0.

Tikai – kas ir grafiskā metode?

5.uzd. Atrisini nevienādību $2x + 1 \geq x + 4$, izmantojot grafisko metodi, kad nevienādības labajā pusē ir 0.

SR: uzraksta algoritmu lineāras nevienādības atrisināšanai ar grafisko metodi

Darbs pāri, tad grupā. Un katra grupa prezentē savu. Vienojas visi par precīzāko.

Algoritma piemērs:

1) Uzraksta (ja nepieciešams, veicot ekvivalentus pārveidojumus) nevienādību tā, ka labajā pusē ir 0, tas ir $kx + b > 0$ (< 0 , ≤ 0 , ≥ 0)

2) Skicē lineāras funkcijas $y = kx + b$ grafiku, ievērojot koeficientu k (augoša, dilstoša funkcija) un atliekot precīzi krustpunktu ar x asi. Krustpunktu ar x asi aprēķina, ņemot vērā, ka uz x ass $y = 0$, tas ir, atrisinot vienādojumu $kx + b = 0$

3) Grafika krustpunktu ar x asi attēlo ar "tukšu" vai "pilnu" apli, ievērojot nevienādības zīmi (stingrā vai nestingrā nevienādība)

4) No grafika nolasa tās x vērtības, pie kurām $y > 0$ (< 0 , ≤ 0 , ≥ 0)

SR: prot konstruēt kvadrātfunkcijas grafiku, precīzi nosakot krustpunktus ar x asi

SR: prot uzzīmēt kvadrātfunkcijas grafika skici, ievērojot koeficientu a (parabolas zari vērsti uz augšu vai leju) un atliekot precīzi krustpunktus ar x asi.

SR: prot atrisināt kvadrātnevienādību, izmantojot grafisko metodi, kad nevienādības labajā pusē ir 0.

1.uzd. 1) uzzīmē funkcijas $y = x^2 - x - 2$ grafika skici, ievērojot parabolas zaru vērsumu un atliekot precīzi krustpunktus ar x asi.

2) Uzraksti nevienādības $x^2 - x - 2 \geq 0$ atrisinājumu

3) Uzraksti nevienādības $x^2 - x - 2 > 0$ atrisinājumu

4) Uzraksti nevienādības $x^2 - x - 2 \leq 0$ atrisinājumu

5) Uzraksti nevienādības $x^2 - x - 2 < 0$ atrisinājumu

2.uzd. Atrisini nevienādību, izmantojot grafisko metodi

1) $x^2 - 4 \geq 0$

3) $x^2 - 4x \geq 0$

5) $x^2 - x + 6 \geq 0$

2) $x^2 + 4 \geq 0$

4) $x^2 - 4x + 4 \geq 0$

$x^2 - x + 6 > 0$

$x^2 + 4 > 0$

$x^2 - 4x + 4 > 0$

$x^2 - x + 6 \leq 0$

$x^2 + 4 \leq 0$

$x^2 - 4x + 4 \leq 0$

$x^2 - x + 6 < 0$

$x^2 + 4 < 0$

$x^2 - 4x + 4 < 0$

SR: zina, kas ir ekvivalentas nevienādības, kāda ir to loma nevienādību risināšanā; prot veikt ekvivalentus pārveidojumus (uzraksta savādāk -abas vienādojuma puses reizina ar skaitli, abām vienādojuma pusēm pieskaita skaitli – “pārnes no vienas vienādojuma puses uz otru”)

3.uzd. Dotas 4 nevienādības (katra nākamā ir iegūta no iepriekšējās, veicot ekvivalentus pārveidojumus). Uzraksti katras nevienādības atrisinājumu

1) $x(x - 3) > 15 - x$

2) $x^2 - 3x > 15 - x$

3) $x^2 - 3x - 15 + x > 0$

4) $x^2 - 2x - 15 > 0$

4.uzd. Dotas 2 nevienādības (otrā ir iegūta no pirmās, veicot ekvivalentus pārveidojumus). Uzraksti katras nevienādības atrisinājumu.

1) $-x^2 + 2x > 0$

2) $x^2 - 2x < 0$

SR: uzraksta algoritmu kvadrātnevienādības atrisināšanai ar grafisko metodi

Darbs pāri, tad grupā pa 4. Un katri 4 prezentā savu algoritmu. Vienoņas visi par precīzāko, veiksmīgāko algoritmu.

Algoritma piemērs:

1) Uzraksta (ja nepieciešams, veicot ekvivalentus pārveidojumus) nevienādību tā, ka labajā pusē ir 0, tas ir $ax^2 + bx + c > 0$ (< 0 , ≤ 0 , ≥ 0)

2) Skicē kvadrātfunkcijas $y = ax^2 + bx + c$ grafiku, ievērojot koeficientu a (parabolas zari vērsti uz augšu vai leju) un atliekot precīzi krustpunktus ar x asi. Krustpunktu ar x asi aprēķina, ņemot vērā, ka uz x ass $y = 0$, tas ir, atrisinot vienādojumu $ax^2 + bx + c = 0$

3) Grafika krustpunktu ar x asi attēlo ar "tukšu" vai "pilnu" apli, ievērojot nevienādības zīmi (stingrā vai nestingrā nevienādība)

4) No grafika nolasa tās x vērtības, pie kurām $y > 0$ (< 0 , ≤ 0 , ≥ 0)